THE GAUSS PRINCIPLE FOR SYSTEMS WITH NON-IDEAL CONNECTIONS IN THE CASE OF POSSIBLE MOVEMENTS SATISFYING THE EXTENDED METHOD OF COMBINING CONNECTIONS

Manglieva Zhuragul Khamrokulovna
Associate Professor, Department of Mechanical Engineering Technology, Faculty of Power Engineering, Navoi State Mining Institute, Navoi, Republic of Uzbekistan
Umarova Zulfiya Farrukhbekovna
Student, Department of Finance, Faculty of Finance, Tashkent Financial Institute, Tashkent, Republic of Uzbekistan
Ibragimov Alisher Davlatovich
Student, Institute of Natural Sciences and Pharmacy, Mari State University, Yoshkar-Ola, Republic of Mari El
Muzaffarova Mehribon Nuriddin Kizi
Student, Department of Mechanical Engineering Technology, Faculty of Power Engineering, Navoi State Mining Institute, Navoi, Republic of Uzbekistan;

Abstract:
The article is devoted to the extension of the extended method of combining constraints to nonholonomic systems with imperfect constraints.
Keywords
Extension, imperfect constraints

Статья посвящена распространению расширенного метода комбинирования связей на неголономные системы с неидеальными связями.

Рассматривается механическая система из N материальных точек с массами m_k ($k = 1,2,\dots,N$), положение которых относительно инерциальной декартовой системы координат определяется радиус–векторами $\vec{r}_k(x_\gamma)$
($\gamma = 1,2,\dots,3N$). Система находится под действием заданных сил $\vec{F}_k(X_\gamma)$ и стеснена совместными и независимыми связями, среди которых имеются как геометрические

$$f_\alpha(x_1, x_2, \dots, x_{3N}, t) = 0 \qquad (\alpha = 1,\dots,a), \qquad (1)$$

так и кинематические, вообще говоря, нелинейные

$$\varphi_\beta(x_\gamma, \dot{x}_\gamma, t) = 0 \qquad (\beta = 1,\dots,b). \qquad (2)$$

Многообразия допустимых состояний системы представляется в виде
$x_\gamma = a_\gamma(q_i, t)$; $\dot{x}_\gamma = b_\gamma(q_i, p_j, t)$, где $q_1, q_2, \dots, q_n$ $(n = 3N - a)$ -обобщенные координаты; p_j ($j = 1,2,\dots,r;$ $r = 3N - (a+b)$) – независимые скоростные параметры.

Силу реакций $\vec{R}_k$ разложим на две составляющие: силу связей $\vec{R}_k^n$ и силу трения $\vec{R}_k^\tau$, причем

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{R}_k^n \delta \vec{r}_k = 0 \ ; \qquad \sum_{k=1}^{N} \vec{R}_k^\tau \delta \vec{r}_k \neq 0 \qquad (3)$$

и перемещение $\dfrac{\vec{R}_k^\tau}{m_k}\delta t$ есть возможное перемещение. Эти силы имеют следующий вид:

$$R_\gamma^n = \sum_{\alpha=1}^{a} \lambda_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial x_\gamma} + \sum_{\beta=1}^{b} u_\beta \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot{x}_\gamma},$$

$$R_\gamma^\tau = \sum_{j=1}^{r} \mu_j \frac{\partial (m_\gamma \dot{x}_\gamma)}{\partial p_j}. \qquad (4)$$

где λ_α, u_β и μ_j - некоторые коэффициенты.

Показано, что если в какой-то момент времени известны положения и скорости точек системы, а также действующие на эти точки активные силы $\vec{F}_k$, то силы связей $\vec{R}_k^n$ определяются и будут одними и теми же, независимо от того, обладает ли данная система трением или нет.

В силу (3) общее уравнение динамики для рассматриваемых систем с неидеальными связями принимает следующий вид

$$\sum_{k=1}^{N} (\vec{F}_k + \vec{R}_k^\tau - m_k \vec{w}_k) \delta \vec{r}_k = 0. \qquad (5)$$

Оно представляет собой необходимое и достаточное условие соответствия заданным силам совместимого со связями движения системы при известном законе трения системы.

Даётся обобщение принципа наименьшего принуждения Гаусса для неголономных систем с неидеальными связями (для систем с трением) в случае, когда возможные перемещения удовлетворяют условиям расширенного метода комбинирования связей. Согласно обобщенному принципу Гаусса, среди возможных ускорений действительные ускорения точек системы с неидеальными связями обращают в минимум функцию

$$\sum_{\gamma=1}^{3N} m_\gamma \left(\ddot{x}_\gamma - \frac{X_\gamma + R_\gamma^\tau}{m_\gamma} \right)^2, \qquad (6)$$

где $\ddot{x}_\gamma$ - действительные ускорения точек системы. Этот принцип приводит к дифференциальным уравнениям действительного движения системы с неидеальными связями

$$\ddot{x}_\gamma = \frac{1}{m_\gamma}\left(X_\gamma + \sum_{\alpha=1}^{a} \lambda_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial x_\gamma} + \sum_{\beta=1}^{b} u_\beta \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial \dot{x}_\gamma} + \sum_{j=1}^{r} \mu_j \frac{\partial (m_\gamma \dot{x}_\gamma)}{\partial p_j} \right). \qquad (7)$$

В заключении приведены выводы и перечислены основные результаты, полученные:

1. Дано обобщение метода комбинирования связей на основе введения особого типа возможных перемещений, снимающее ограничения на инерционные члены системы.
2. Показано, что расширенный метод комбинирования связей позволяет определить закон трения системы и составляющие сил связей, не зависящие от сил трения, при произвольных инерционных свойствах системы.
3. Показано, что расширенный метод комбинирования связей даёт возможность составить дифференциальные уравнения движения механических систем с неидеальными связями, в которых силы связей не зависят от сил трения.
4. Получены дифференциальные уравнения движения голономных систем с неидеальными связями в форме уравнений Лагранжа первого и второго родов и уравнений М.Ф.Шульгина в избыточных координатах.
5. На конкретных примерах (обобщенные задачи Пенлеве и Аппеля) показаны методика составления дифференциальных уравнений движения для систем с геометрическими неидеальными и с условными связями и методика определения сил связей и закона трения системы.
6. Дано распространение расширенного метода комбинирования связей на неголономные системы с неидеальными связями. Показано, что для таких систем имеет место общее уравнение динамики.

1. Четаев Н.Г. Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. – М.: Изд. АН СССР, 1962. – 535с.
2. Пенлеве П. Лекции о трении. Пер. с франц. – М.: Гостехиздат, 1954. – 316 с.